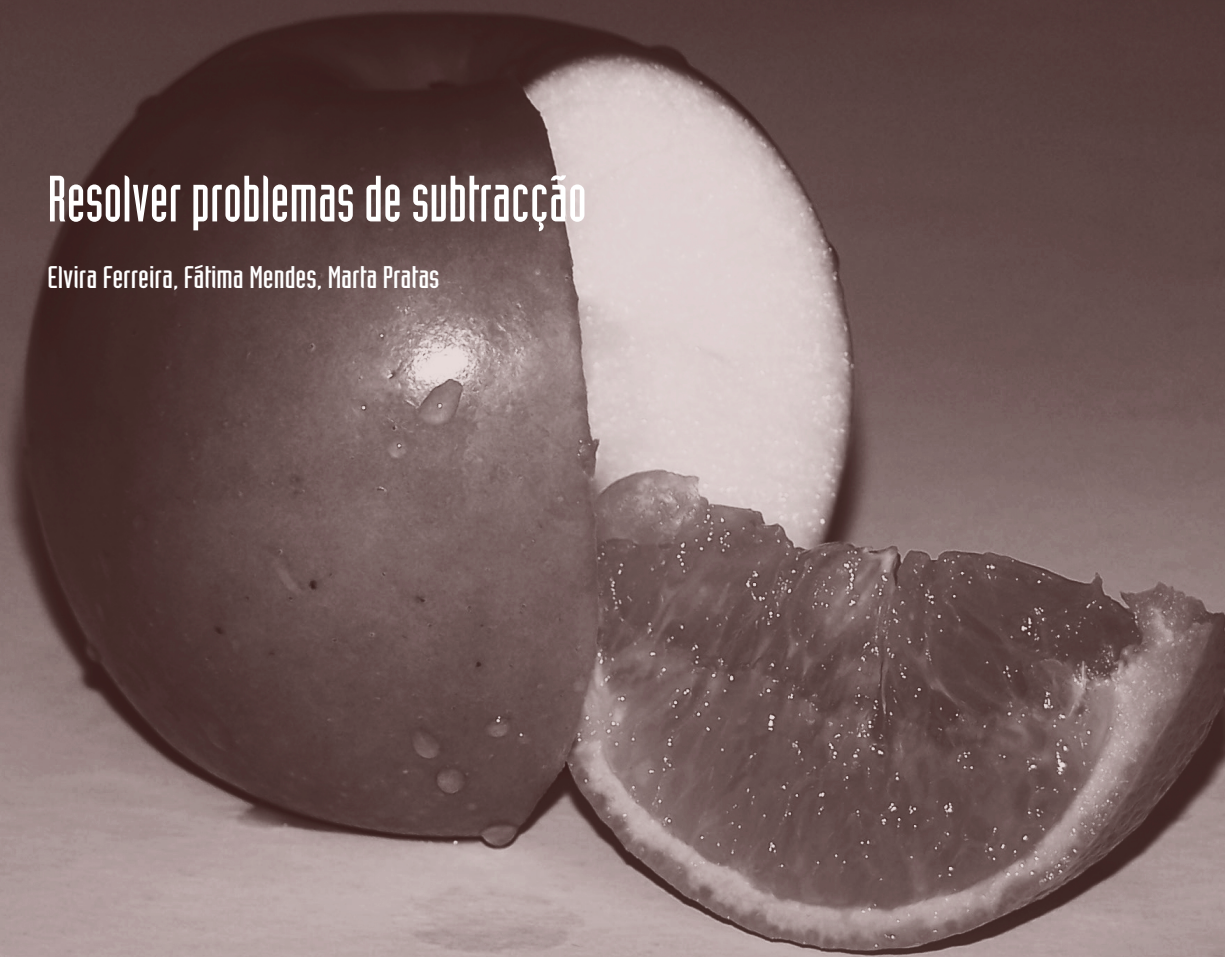


Resolver problemas de subtracção

Elvira Ferreira, Fátima Mendes, Marta Pratas



Neste artigo, procuramos reflectir sobre o desenvolvimento do sentido do número e a aprendizagem do sentido das operações dos alunos ao longo do 1º ciclo.

A nossa preocupação baseia-se, essencialmente, em apoiar o desenvolvimento dos processos próprios dos alunos e criar condições para que os alunos tenham oportunidade de desenvolver o seu sentido de número, que inclui, nomeadamente, o desenvolvimento de métodos e de técnicas de cálculo adequadas à resolução de problemas e a descoberta da estrutura dos números e das suas relações. Consideramos também importante, como referem Fosnot e Dolk (2001), tornar os alunos capazes de olhar para os números e, partindo desse olhar, estabelecer as relações adequadas e jogar com elas. Ou seja, para se ser capaz de calcular usando o sentido do número, não é suficiente dispor de uma grande quantidade de estratégias, é preciso também saber olhar para os números envolvidos em cada situação.

Assim, planeámos um conjunto de tarefas com um progressivo grau de dificuldade e que envolviam a operação subtracção. Seleccionámos três dos problemas que aplicámos e apresentamos, neste artigo, a resolução realizada pelo Gonçalo e pelo Roberto, dois dos alunos da turma com que trabalhamos, para, a partir daí, podermos discutir e reflectir sobre as estratégias utilizadas e o modo como vão evoluindo. Com estes exemplos, pretendemos contextualizar a discussão sobre alguns aspectos associados ao sentido de número relacionados com a subtracção e a evolução das estratégias próprias dos alunos na resolução de problemas que envolvem esta operação.

Exemplos de sala de aula

Os exemplos escolhidos foram retirados do trabalho realizado pela Elvira numa turma de 2º ano de escolaridade. Integrada desde o ano lectivo anterior num projecto de desenvolvimento curricular sobre competências de cálculo e sentido do número¹ desenvolveu um trabalho com os seus alunos considerando as perspectivas pedagógicas e didácticas veiculadas neste texto. Desde o 1º ano, procurou que os alunos se habituassem a justificar, oralmente ou por escrito, o seu modo de pensar, para além de tentar realizar todo um trabalho que estimulasse e desenvolvesse nos alunos o gosto pela Matemática.

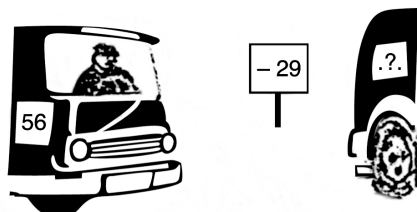
No que diz respeito à subtracção, desde o ano lectivo anterior, os alunos foram confrontados com variados problemas para resolver, primeiro com números pequenos e recorrendo essencialmente à contagem como estratégia de resolução. Gradualmente, os números envolvidos foram sendo maiores e as estratégias de resolução foram sendo de outro tipo. Os alunos podiam resolver o mesmo problema utilizando procedimentos muito diferentes e sabiam que todos tinham um espaço para explicar aos colegas como tinham pensado e feito, habituando-se, desde cedo, a explicitar oralmente o seu modo de pensar e a ouvir a explicação dos seus colegas.

Muitas vezes, as várias resoluções eram escritas no quadro e assinadas pelo seu autor, de modo a se poder comparar as diferentes estratégias, sendo os próprios alunos a identificar a mais eficaz, no sentido de mais fácil e rápida. Este

procedimento fazia com que alunos mais fracos ou menos rápidos pudessem observar outras estratégias e evoluir no sentido das mais eficazes.

É de notar que os alunos não conheciam ainda o algoritmo da subtracção mas conseguiam resolver problemas de subtracção com empréstimo, utilizando as estratégias veiculadas e trabalhadas com eles desde o início do ano.

1. O problema do autocarro



No autocarro estão 56 pessoas.
Saem 29 na paragem.
Quantas ficam no autocarro?

Este problema² foi proposto aos alunos em Janeiro. Desde o início do ano, e no que diz respeito à subtracção, já tinham resolvido bastantes problemas, embora com números menores. Também estavam habituados a resolver problemas relacionados com o seu dia a dia. Muitas vezes, eram eles próprios os protagonistas das situações propostas, o que muito lhes agradava. Podemos afirmar que, de uma forma geral, nesta altura do ano, tinham, na sua maior parte, desenvolvido um bom conhecimento da ordem e da estrutura dos números até 20, conseguindo fazer a passagem gradual desse conhecimento para números maiores. Estavam também muito habituados a utilizar a linha numérica, semi-estruturada (com a indicação das dezenas) como um modelo de suporte ao cálculo.

A situação proposta por este problema diz respeito ao sentido da subtracção usualmente denominado de *retirar* ou *mudar tirando*, correspondendo a retirar uma certa quantidade a outra. Tipicamente, os problemas deste tipo são resolvidos através de um procedimento subtrativo para se calcular o resultado (Ponte e Serrazina, 2000).

Roberto

Analisemos a resolução efectuada pelo Roberto (figura 1). A situação é entendida como um problema de subtracção e

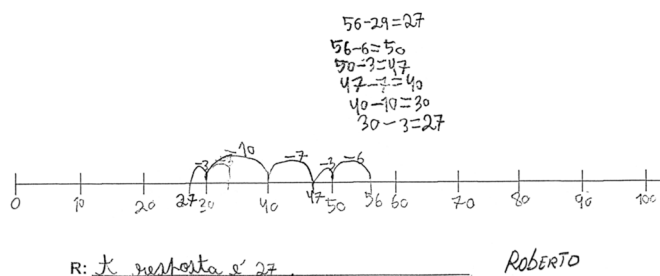


Figura 1.

representada por $56 - 29$. Parece-nos que, a primeira coisa que o Roberto fez foi olhar para os números envolvidos, o 56 e, especialmente, o 29.

Então, como tinha de retirar 29, terá pensado que $29 = 20 + 9$, optando por subtrair primeiro 9, usando o facto conhecido de 9 ser $6 + 3$. Assim, partiu do 56 e retirou 6 e depois 3, chegando ao 47. Também, neste procedimento, terá pensado na decomposição do 56 em $50 + 6$. Parece-nos que a seguir, pensando na decomposição do 20 em $7 + 10 + 3$, tirou 7 e obteve 40. A seguir deu um salto de 10, chegando ao 30. Podemos conjecturar que, nesta altura, deve ter adicionado o número de saltos, $7 + 10$ para concluir que o último salto seria de 3, perfazendo o 20. Neste procedimento final estão implícitas outras relações numéricas, que $7 + 10$ é 17 e que $17 + 3$ é 20, logo, tem ainda de se tirar 3, chegando ao 27.

Podemos afirmar que o Roberto fez este conjunto de procedimentos encadeados de um modo sequencial e linear, partindo do número maior e chegando ao menor, usando um conjunto de relações entre os números que envolvem decomposições adequadas à situação proposta. Somos ainda levados a pensar que, eventualmente, a utilização da linha com a marcação prévia das dezenas, poderá ter influenciado os procedimentos deste aluno, nomeadamente quando no 47 não deu um salto de 10 mas passou primeiro pelo 40.

Gonçalo

Tal como o Roberto, o Gonçalo (figura 2) utilizou, também, um cálculo organizado de uma forma sequencial e baseado no conhecimento que parece ter sobre as diferentes representações dos números. No entanto, as estratégias de cálculo a que recorreu, diferentes das anteriores, parecem revelar um conhecimento um pouco mais organizado e desenvolvido sobre a estrutura do 10.

Começa por tirar 6 ao 56 (salto até à dezena mais próxima), parecendo-nos que terá pensado primeiro que 56 se pode escrever como $50 + 6$, logo $56 - 6 = 50$. Como também sabe que 29 é $20 + 9$, a partir do 50 tira logo 20 de uma só vez, chegando assim ao 30. Poderemos conjecturar que usou o facto conhecido de 50 ser $30 + 20$, logo $50 - 20 = 30$. Uma das justificações para este conhecimento poderá ser o ter automatizado as decomposições diversas dos números até 20, usando neste caso a adequada $5 = 3 + 2$ e estendendo-a para $30 + 20$.

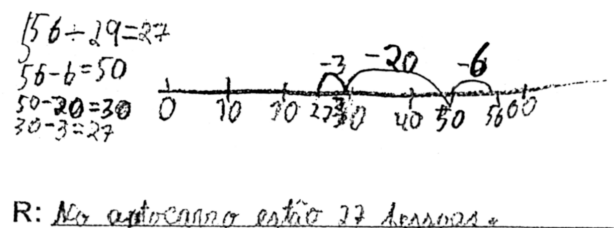


Figura 2.



Qual a diferença de preço destas mesas?
Explica como pensaste.

Figura 3.

Para retirar seguidamente apenas 3, terá de ter calculado $20 + 6 = 26$ e saber que para 29 basta adicionar 3, perfazendo 29 e chegando ao resultado pretendido, 27. Para além das relações numéricas conhecidas e utilizadas por este aluno, os procedimentos usados levam-nos ainda a pensar que consegue relacionar a adição com a subtracção de uma forma adequada.

2. O problema das mesas

Este problema (figura 3) foi proposto aos alunos em Março. Nesta altura, os alunos já quase não recorriam à linha numérica como suporte para o cálculo, mesmo que a professora o sugerisse, pois tinham um maior domínio e segurança no trabalho com os números. De facto, os alunos foram gradualmente adquirindo maior poder de abstracção e melhor conhecimento das imagens dos números. Apesar de não se socorrerem da linha numérica continuavam a usar procedimentos sequenciais de cálculo. Também já trabalhavam com números maiores, conseguindo fazer a passagem daquilo que sabiam com números pequenos para o cálculo com números grandes.

Este problema diz respeito a uma situação subtractiva do tipo *comparar*, pois pretende-se comparar duas quantidades, neste caso o preço de cada uma das mesas. Considerando que estas situações são muitos usuais no nosso dia a dia, é fundamental que os alunos as compreendam e desenvolvam os procedimentos adequados à sua resolução.

Roberto

O Roberto consegue resolver o problema (figura 4) de uma forma correcta, recorrendo a um procedimento aditivo. Utiliza novamente um conjunto de cálculos sequenciais, par-

$$\begin{aligned} 29 + 116 &= 145 \\ 29 + 10 &= 39 \\ 39 + 40 &= 79 \\ 79 + 10 &= 89 \\ 89 + 10 &= 99 \\ 99 + 10 &= 109 \\ 109 + 10 &= 119 \\ 119 + 10 &= 129 \\ 129 + 10 &= 139 \\ 139 + 10 &= 149 \\ 149 + 10 &= 159 \\ 159 + 10 &= 169 \\ 169 + 10 &= 179 \\ 179 + 10 &= 189 \\ 189 + 10 &= 199 \\ 199 + 10 &= 209 \\ 209 + 10 &= 219 \\ 219 + 10 &= 229 \\ 229 + 10 &= 239 \\ 239 + 10 &= 249 \\ 249 + 10 &= 259 \\ 259 + 10 &= 269 \\ 269 + 10 &= 279 \\ 279 + 10 &= 289 \\ 289 + 10 &= 299 \\ 299 + 10 &= 309 \\ 309 + 10 &= 319 \\ 319 + 10 &= 329 \\ 329 + 10 &= 339 \\ 339 + 10 &= 349 \\ 349 + 10 &= 359 \\ 359 + 10 &= 369 \\ 369 + 10 &= 379 \\ 379 + 10 &= 389 \\ 389 + 10 &= 399 \\ 399 + 10 &= 409 \\ 409 + 10 &= 419 \\ 419 + 10 &= 429 \\ 429 + 10 &= 439 \\ 439 + 10 &= 449 \\ 449 + 10 &= 459 \\ 459 + 10 &= 469 \\ 469 + 10 &= 479 \\ 479 + 10 &= 489 \\ 489 + 10 &= 499 \\ 499 + 10 &= 509 \\ 509 + 10 &= 519 \\ 519 + 10 &= 529 \\ 529 + 10 &= 539 \\ 539 + 10 &= 549 \\ 549 + 10 &= 559 \\ 559 + 10 &= 569 \\ 569 + 10 &= 579 \\ 579 + 10 &= 589 \\ 589 + 10 &= 599 \\ 599 + 10 &= 609 \\ 609 + 10 &= 619 \\ 619 + 10 &= 629 \\ 629 + 10 &= 639 \\ 639 + 10 &= 649 \\ 649 + 10 &= 659 \\ 659 + 10 &= 669 \\ 669 + 10 &= 679 \\ 679 + 10 &= 689 \\ 689 + 10 &= 699 \\ 699 + 10 &= 709 \\ 709 + 10 &= 719 \\ 719 + 10 &= 729 \\ 729 + 10 &= 739 \\ 739 + 10 &= 749 \\ 749 + 10 &= 759 \\ 759 + 10 &= 769 \\ 769 + 10 &= 779 \\ 779 + 10 &= 789 \\ 789 + 10 &= 799 \\ 799 + 10 &= 809 \\ 809 + 10 &= 819 \\ 819 + 10 &= 829 \\ 829 + 10 &= 839 \\ 839 + 10 &= 849 \\ 849 + 10 &= 859 \\ 859 + 10 &= 869 \\ 869 + 10 &= 879 \\ 879 + 10 &= 889 \\ 889 + 10 &= 899 \\ 899 + 10 &= 909 \\ 909 + 10 &= 919 \\ 919 + 10 &= 929 \\ 929 + 10 &= 939 \\ 939 + 10 &= 949 \\ 949 + 10 &= 959 \\ 959 + 10 &= 969 \\ 969 + 10 &= 979 \\ 979 + 10 &= 989 \\ 989 + 10 &= 999 \\ 999 + 10 &= 1009 \\ 1009 + 10 &= 1019 \\ 1019 + 10 &= 1029 \\ 1029 + 10 &= 1039 \\ 1039 + 10 &= 1049 \\ 1049 + 10 &= 1059 \\ 1059 + 10 &= 1069 \\ 1069 + 10 &= 1079 \\ 1079 + 10 &= 1089 \\ 1089 + 10 &= 1099 \\ 1099 + 10 &= 1109 \\ 1109 + 10 &= 1119 \\ 1119 + 10 &= 1129 \\ 1129 + 10 &= 1139 \\ 1139 + 10 &= 1149 \\ 1149 + 10 &= 1159 \\ 1159 + 10 &= 1169 \end{aligned}$$

R: A diferença é 116 euros.

Figura 4.

tindo do número mais pequeno, 29 para chegar ao número maior, 145.

Os cálculos são feitos mentalmente, registando os passos intermédios, sempre que necessário. Adiciona 1 ao 29 para chegar à dezena mais próxima e, a partir do 30 dá um salto de 70, chegando ao 100. Provavelmente, para dar o salto de 70, o Roberto baseou-se em relações que conhecia, tais como $10 = 3 + 7$, ampliando-a para $100 = 30 + 70$.

Ultrapassando a *barreira* dos 100 sem dificuldade dá, finalmente, um salto de 45. Para isso usou a relação, sua conhecida, que $100 + 45$ é 145.

Posteriormente, adicionou os saltos sucessivos para obter o número pretendido. Esta adição, que corresponde a $1 + 45 + 70$, foi efectuada de uma forma flexível, não seguindo a ordem das parcelas mas fazendo os cálculos de uma maneira mais rápida e adequada, tendo em conta os números envolvidos. Parece ter decomposto o 45 em $40 + 5$, usando apenas o 40 para adicionar 70, porque sabe que $4 + 7$ são 11. Finalmente, de uma forma sequencial adicionou o que restava, $1 + 5$, obtendo 116.

Poderemos conjecturar que consegue passar eficazmente a *barreira* do 100, recorrendo a relações entre números que conseguiu ampliar a partir dos conhecimentos sobre os números até 20 e até 100. Por outro lado, é de realçar o procedimento adequado e flexível relacionado, de um modo implícito com a propriedade associativa da adição, no caso em que tem três parcelas, 1, 45 e 70, adicionando-as da forma mais conveniente.

Gonçalo

A estratégia que adoptou (figura 5) revela que soube *olhar* para os números envolvidos. Apesar dos números serem já bastante grandes foi capaz de utilizar um procedimento subtractivo e andar para trás a partir do aditivo, ou seja, calcular a diferença $145 - 29$. Usando mais uma vez um procedimento sequencial, parece evidenciar um bom conhecimento da estrutura do sistema de numeração. Parte do 145 e vai até à dezena imediatamente inferior, dando um salto de 5. Este cálculo baseia-se no conhecimento de que o número 145 se pode representar através de $140 + 5$ logo, $145 - 5$ é 140. Seguidamente, dá um salto de 20, obtendo 120. Provavelmente recorreu e ampliou a relação sua conhecida $20 + 20$ são 40 e, por isso $40 - 20$ são 20.

$$\begin{aligned} 145 - 29 &= 116 \\ 145 - 5 &= 140 \\ 140 - 20 &= 120 \\ 120 - 4 &= 116 \\ 116 + 29 &= 145 \end{aligned}$$

R: A diferença do preço é 116 €.

Figura 5.

É preciso poupar água

- Se todos os dias em tua casa 5 pessoas fizerem descargas de autoclismo, quantos litros de água se gastarão só com o autoclismo?
R: _____
- Todos os dias, em casa da professora 3 pessoas fazem descargas de autoclismo. Quantos litros de água se gastarão?
R: _____
- Qual a diferença de litros de água gastos em casa da professora e em tua casa?
R: _____
- Se em tua casa todos tomarem duche todos os dias, quantos litros de água se gastarão?
R: _____
- Se tomares um duche todos os dias, quantos litros de água gastarás numa semana?
R: _____

ALGUNS NÚMEROS

Média de litros diários, por pessoa:

Água utilizada	160
Descargas de autoclismo	45
Lavagem e banho	45
Lavagem de roupa	25
Lavagem de louça e limpeza	20
Bebida e cozinha	15
Rega de jardim e lavagem de carro	10

Consumos:

Uma descarga de autoclismo	6 a 10
Um duche	60
Um banho de imersão	80
Uma lavagem na máq. lavar roupa	60 a 90
Uma lavagem na máq. lavar loiça	25 a 60

Fonte: Programa Nacional para o Uso Eficiente da Água 2001

Figura 6. Ficha É preciso poupar água.

O último salto é de 4, o que perfaz o total de 29. Parece-nos que podemos inferir que usou a decomposição do 29 em $5 + 20 + 4$, adequada aos cálculos necessários, revelando um raciocínio bastante elaborado.

O Gonçalo revela estar bastante familiarizado com a operação subtração, para além de dominar muito bem os números envolvidos e as várias decomposições a eles associadas. Comparando com a sua resolução do ‘problema do autocarro’ pode observar-se que utiliza o mesmo tipo de procedimentos, mostrando um raciocínio bastante elaborado. É de referir que este aluno parece evidenciar muito boas competências de cálculo e, tal como Roberto, regista apenas os passos intermédios, quando necessário.

3. É preciso poupar água

Esta ficha (figura 6) foi proposta aos alunos já no final do ano, com o início do tempo quente e quando o problema da falta de água em Portugal começou, mais uma vez, a ser discutido. A preocupação do contexto do problema ser real e próximo dos alunos esteve, mais uma vez, presente. Neste artigo só iremos abordar a resolução da questão 3.

No que diz respeito ao sentido da subtração envolvido nesta questão, podemos afirmar que estamos perante uma situação de *comparar*. É de notar que os números envolvidos no problema não foram escolhidos ao acaso pois, apesar de já serem números grandes, o facto de serem múltiplos de 5 pretendia facilitar os cálculos considerando que os alunos

estavam muito habituados a trabalhar com as estruturas do 5 e do 10.

Roberto

Tratava-se de encontrar a diferença entre o 225 e o 135, as quantidades de água gasta em casa do aluno e da professora, respectivamente.

Nesta altura do ano, o Roberto revela bastante facilidade no tratamento dos números e das suas propriedades. Começa por representar o problema (figura 7), fazendo uma indicação do que precisa saber e parece ter começado por escrever $225 - \underline{\quad} = 135$. Os cálculos efectuados revelam que parte do aditivo para chegar ao resto, usando os passos necessários e que correspondem ao subtrativo, indiciando que este aluno é capaz de utilizar estratégias subtrativas

$$\begin{array}{r} 225 - 90 = 135 \\ 225 - 25 = 200 \\ 200 - 65 = 135 \\ 65 + 25 = 90 \end{array}$$

R: A diferença é 90 litros de água.

Figura 7.

$$\begin{array}{l}
 135 + 90 = 225 \\
 135 + 85 = 220 \\
 140 + 60 = 200 \\
 200 + 25 = 225 \\
 5 + 60 + 25 = 90
 \end{array}$$

R: A diferença entre mim e a professora é 90 litros de água

Figura 8.

recorrendo a propriedades da operação em causa. Neste procedimento está implícita a relação entre $225 - 135 = ?$ e $225 - ? = 135$.

Partindo do 225, retira 25, para chegar à centena mais próxima. Apesar dos números envolvidos serem bastante grandes, parece que este aluno conseguiu fazer a ampliação do seu conhecimento sobre os números, utilizando: $225 = 200 + 25$ logo $225 - 25 = 200$. Subtrai depois 65, de uma só vez, para chegar ao 135. Como não se percebia, através do registo, como foi efectuada a adição $65 + 25$, a Elvira perguntou-lhe como tinha pensado. O Roberto referiu que fez $65 + 20 = 85$ e $85 + 5 = 90$.

Gonçalo

O Gonçalo representa o problema (figura 8) partindo de $135 + ___ = 225$, optando por recorrer a uma estratégia aditiva. Aquele é entendido como uma adição e não como uma subtracção, visto que se parte de uma das parcelas e se completa até obter o total. Assim, parte do 135 e adiciona 5 até à dezena mais próxima, pensamos que sem dificuldade, considerando a contagem de 5 em 5, muito trabalhada anteriormente. Para chegar ao 200 adicionou 60, a partir do qual lhe bastou adicionar 25 para atingir o 225. Usou a relação numérica $140 + 60 = 200$ provavelmente a partir de outras, tais como $4 + 6 = 10$ ou $100 = 40 + 60$, já anteriormente muito utilizadas.

É de notar que este aluno parece conhecer a relação entre as operações adição e subtracção, aplicando esse conhecimento para resolver este problema concreto. A barreira dos 200 foi facilmente ultrapassada, estendendo as estratégias de cálculo que conhecia e usava com números até 100.

Como não se percebia, através dos registos apresentados, como foram efectuados os cálculos $5 + 60 + 25 = 90$ para se encontrar a diferença de litros de água, a Elvira pediu ao Gonçalo que lhe explicasse como pensou e ele disse, “fiz $60 + 20$ que são 80, $80 + 10$ são 90, porque $5 + 5$ são 10.

Subtrair com números maiores que 20: aspectos a ter em conta

Ao longo da análise efectuada a partir das estratégias e procedimentos utilizados pelo Roberto e o Gonçalo durante a resolução de alguns problemas, fomos dando indicações do que consideramos fundamental trabalhar com os alunos e que contribui fortemente para o desenvolvimento do sentido do número e das operações, em particular no que se refere à subtracção.

Apesar dos exemplos de problemas analisados envolverem números maiores que 20, os procedimentos utilizados pelos alunos assentam fundamentalmente num conhecimento profundo sobre os números até 20 e nas relações entre eles. Trata-se de apoiar e desenvolver a tendência

natural que as crianças têm de contar quantidades e, gradualmente, de as agrupar, numa progressiva estruturação. Por outro lado, é essencial que este primeiro trabalho com os números seja organizado de maneira que os alunos lhes atribuam significados associados ao *mundo real* e comecem a estabelecer pontos de referência para as medições, os preços, as idades, etc.

Ao mesmo tempo, devem ser trabalhados os aspectos relacionados com a ordem, contribuindo para que os alunos sejam capazes de organizar e posicionar um conjunto de números por ordem de grandeza. Um dos modelos que pode contribuir para a aprendizagem dos números enquanto sequência, para além de actividades de contagem para a frente e para trás a partir de um número, é a linha numérica semi-estruturada (com as dezenas marcadas) ou vazia, onde os alunos se habituam a posicionar os números.

Na turma do Roberto e do Gonçalo, o trabalho durante o 1º ano assentou, entre outras, em actividades que pretendiam ter em conta os aspectos aqui descritos. No que diz respeito à aprendizagem da subtracção, todo o trabalho associado a esta operação foi, por um lado, ligado a situações da vida de todos os dias dos alunos e, por outro, muito relacionado com actividades de contagem. Houve, desde sempre, a preocupação de apoiar as estratégias informais e próprias dos alunos, tentando que, gradualmente, elas pudessem ser mais formais mas também flexíveis, de modo a serem adequadas à resolução dos diversos problemas.

Os problemas apresentados neste artigo pretenderam exemplificar, contextos variados e próximos dos alunos e também diferentes sentidos da subtracção. As estratégias usadas pelos alunos foram induzidas pelo contexto apresentado, para além de se relacionarem fortemente com os números envolvidos. Para estes alunos não constituiu dificuldade de maior o resolver cada um deles, dado que estavam habituados a *olhar* para os números e a escolher a estratégia que melhor se adaptava e com a qual se sentiam seguros. No entanto, se a estratégia utilizada tivesse sido o algoritmo, estaria em causa a subtracção com empréstimo e o procedimento teria sido igual para todos. Assim, e olhando para o problema das mesas, podemos observar que o Roberto usou uma estratégia aditiva e o Gonçalo uma estratégia subtractiva. Ambos usaram o conhecimento e as relações que conheciam sobre os números e fizeram as decomposições adequadas a cada caso. Considerando os números envolvidos, muito afastados um do outro, a estratégia mais *inteligente* seria a subtractiva, mas esta questão só começou a ser compreendida por quase todos depois de terem sido confrontados com variados problemas de subtracção em que os números estavam muito próximos ou muito afastados um do outro.

O cálculo com números até 20 está sempre presente nas resoluções apresentadas, pois é a partir dele que os alunos ampliam as relações numéricas entre números maiores. Saber relações como $7 + 3 = 10$ permite depois utilizar no cálculo com números maiores a relação $70 + 30 = 100$. Também é fundamental para a resolução deste tipo de problemas a ligação entre a operação adição e a subtração. Com números muito pequenos, estes alunos habituaram-se a fazer a passagem de uma para a outra. Por exemplo, para justificar que $7 - 3 = 4$ eles diziam “porque $4 + 3 = 7$ ”. O tomar consciência da relação inversa entre estas duas operações permitiu-lhes, mais tarde e com números maiores, usar esse conhecimento.

Olhar para os números e, a partir daí, decidir qual a sua representação mais adequada, é visível, por exemplo na resolução dos dois primeiros problemas do Gonçalo. Em ambos, o número 29 aparecia como subtrativo e, num caso, foi decomposto em $6 + 20 + 3$ e, no outro, em $5 + 20 + 4$. Provavelmente, o trabalho realizado no 1º ano à volta das composições e decomposições dos números até 20, serviu de suporte para esta flexibilidade com os números maiores.

A utilização da linha numérica como suporte ao cálculo também se revelou importante pois é um dos modelos mais potentes no cálculo estruturado (APM, 2005). Como refere Beishuizen (2003), ela é apropriada para tornar explícitos os procedimentos informais dos alunos, considerando o seu carácter linear. Nestes exemplos, apesar de só no primeiro problema recorrerem à linha numérica, os alunos continuam a usar procedimentos sequenciais, não só porque são próximos das suas estratégias informais mas porque foram reforçados pelo modelo da linha numérica.

Tanto o Roberto como o Gonçalo foram evoluindo nos procedimentos usados e, progressivamente foram utilizando procedimentos mais sofisticados e formais. Se analisarmos o modo de resolução do 1º e do 3º problema do Roberto, podemos afirmar que existe alguma evolução, nomeadamente no número de passos necessários e na grandeza dos números envolvidos em cada passo.

Reflexão final

Iniciámos este artigo mostrando a nossa preocupação com o desenvolvimento do sentido do número e das operações dos alunos ao longo do 1º ciclo. Mostrámos alguns exemplos de problemas que podem desenvolver, em particular, os aspectos relacionados com a subtração, proporcionando aos alunos situações que facilitam o desenvolvimento de estratégias de cálculo flexíveis e adequadas às diferentes situações e números envolvidos.

Deste modo, parece-nos que estaremos a contribuir para desenvolver um conjunto de competências numéricas associadas à subtração que lhes permitirão resolver todo o tipo de situações subtrativas, mesmo sem ter ainda conhecimento do algoritmo. Tal como refere Beishuizen, (2003) todo um trabalho baseado nos números e nas suas relações ajuda mais os alunos na sua compreensão do que a introdução prematura dos algoritmos. De facto,

o desenvolvimento do sentido do número pelos alunos está associado ao desenvolvimento de um conjunto de competências numéricas que inclui o conhecimento e a destreza com os números, o conhecimento e a destreza com as operações e ainda a aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo (McIntosh *et al.*, 1992).

O conhecimento e a destreza com os números significa, em particular, que os alunos compreendem as regularidades dos números, que um mesmo número tem múltiplas representações e que se podem usar números de referência para avaliar ou comparar com outros. O conhecimento e a destreza com as operações que os alunos devem construir implicam, nomeadamente, que percebam o efeito das operações, as suas propriedades e as relações entre elas. Finalmente, é fundamental que os alunos, perante situações de cálculo concretas, sejam capazes de mobilizar o conhecimento que têm sobre os números e as operações e o apliquem de uma forma flexível e eficaz, relacionando o contexto com as estratégias usadas.

Estes alunos frequentavam o 2º ano e, por isso, o trabalho com os números e as operações não está ainda completo, precisando de ir evoluindo até ao cálculo formal. No entanto, pensamos que, quanto mais tempo lhes for dado para poderem desenvolver e aperfeiçoar este tipo de conhecimentos e procedimentos de cálculo flexível, melhor será o seu sentido do número, o que lhes permitirá resolver diversificadas situações que surgem na vida de todos os dias.

Pensamos também que a análise e reflexão sobre as estratégias usadas pelos alunos fornecem pistas muito importantes ao professor, que lhes permite acompanhar e identificar dificuldades sentidas por eles e, por outro lado, perceber os seus modos de pensar, muitas vezes bem diferentes daquilo que imaginamos.

Notas

- 1 Ver APM (2005).
- 2 Adaptado de Beishuizen (2003).

Referências bibliográficas

- APM, (2005). *Desenvolvendo o sentido do número — Perspectivas e exigências curriculares*. (Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo). Lisboa: APM.
- Beishuizen, M. (2003). The empty number line as a new model. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools*. (pp. 157–168). Buckingham: Open University Press.
- Fosnot, C. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing numbersense, addition and subtraction*. Portsmouth. NH: Heinemann.
- Ponte, J. e Serrazina, M.L., (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Elvira Ferreira, EB1 Prof. Francisco Veríssimo, Marinha Grande
- Fátima Mendes, ESE de Setúbal
- Marta Pratas, EB1 Prof. Francisco Veríssimo, Marinha Grande